

Senso dei numeri e discalculia

Marco Zorzi

La difficoltà in matematica spesso non implica un disturbo specifico dell'apprendimento (DSA). Una diagnosi efficace (e precoce) di discalculia richiede l'individuazione di disfunzioni ai meccanismi neurocognitivi di base su cui poggia l'apprendimento delle abilità più complesse. Come per la dislessia non ci si può limitare a dire che un bambino ha difficoltà a leggere, per la discalculia non possiamo limitarci a sostenere che un bambino ha difficoltà in matematica. Le recenti ricerche sulla cognizione numerica mostrano che l'apprendimento matematico poggia su abilità numeriche basali che hanno una natura pre-verbale e non simbolica, un vero e proprio «senso dei numeri» che può essere compromesso nei bambini discalculici. In questo contesto vedremo che la diagnosi e la riabilitazione, che hanno importanti implicazioni socio-economiche, possono avvalersi di metodi che provengono dalle neuroscienze cognitive.

Il senso dei numeri

Il senso dei numeri è la capacità di riconoscere la numerosità e di manipolarla internamente. Questa capacità è presente in numerosissime specie animali anche senza alcun addestramento. Le ricerche più recenti hanno studiato e confrontato queste capacità in varie specie e c'è un discreto consenso sul fatto che quanto meno tutti i vertebrati, scendendo fino ai pesci, possiedono delle rudimentali abilità

numeriche (Agrillo et al., 2012). Al contrario della lettura, che è un'invenzione culturale della specie umana, il senso dei numeri è il risultato dell'evoluzione e per questo si basa su specifici meccanismi neurali dedicati alla percezione della numerosità (Stoianov e Zorzi, 2012). Si accorda bene con questa prospettiva evuzionistica l'osservazione che capacità simili a quelle animali si riscontrano a stadi precoci dello sviluppo umano, addirittura a poche ore dalla nascita.

Con il termine senso dei numeri ci riferiamo quindi ad abilità basali presenti molto prima dello sviluppo di capacità linguistiche e ovviamente prima di qualsiasi percorso di educazione formale, ma che rappresentano le fondamenta su cui poggia l'apprendimento matematico. Come vedremo in seguito, il senso dei numeri dipende da circuiti neurali specializzati e una disfunzione di questi circuiti è collegata a deficit nell'elaborazione dei numeri e nel calcolo, ovvero alla cosiddetta discalculia. Vedremo infatti che esiste un profilo di discalculia assimilabile a una sorta di cecità ai numeri; esattamente come esistono soggetti con una cecità verso i colori, vi sono individui che hanno difficoltà a percepire la numerosità e a manipolare quantità numeriche. Questo è il problema che causa le difficoltà di apprendimento matematico in alcuni dei bambini discalculici. Distinguere i veri soggetti discalculici da bambini che sono semplicemente in difficoltà durante l'apprendimento della matematica per una miriade di altri motivi è di importanza fondamentale; è ovviamente impossibile che il 20% dei bambini italiani siano discalculici, anche se è questa la percentuale di bambini con difficoltà nell'apprendimento della matematica se si guardano i dati delle valutazioni internazionali. Una situazione per molti versi drammatica per gli studenti italiani, ma che nulla ha a che fare con la discalculia. Distinguere a priori quello che è il profilo di discalculia misurato con gli strumenti delle neuroscienze cognitive e della psicologia sperimentale da quello che è semplicemente l'osservare una difficoltà in matematica a scuola è fondamentale per definire cosa è il DSA.

Sviluppo tipico e atipico del senso dei numeri

Il compito più utilizzato per ottenere una misura oggettiva del senso dei numeri richiede di confrontare la numerosità di due insiemi di oggetti (o più semplicemente di punti; si veda la figura 4.1) per decidere quale dei due è il più numeroso. Questo compito può essere eseguito anche da scimmie con una prestazione, sia come accuratezza sia come tempi di risposta, che è praticamente indistinguibile da quella di studenti universitari (Cantlon e Brannon, 2006). È importante sottolineare che la prestazione è modulata dal cosiddetto rapporto

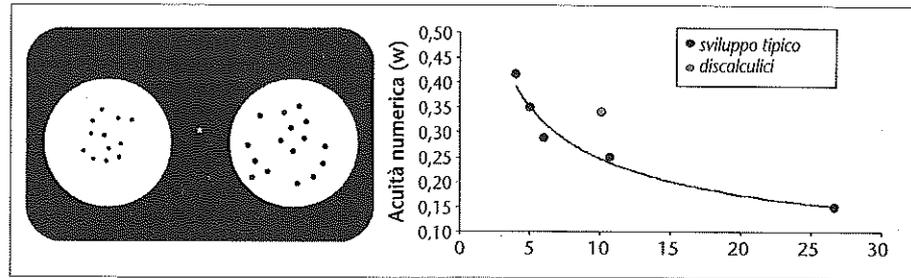


Fig. 4.1 Il confronto di numerosità. A sinistra una prova del test computerizzato, in cui il bambino deve indicare quale dei due cerchi contiene più pallini. Il grafico a destra mostra l'acuità numerica di un gruppo di bambini discalculici rapportato alla traiettoria di sviluppo tipico (Piazza et al., 2010).

numerico tra i due insiemi (ad esempio, il confronto tra 8 e 12 oggetti ha un rapporto numerico di due terzi, perché $8/12 = 2/3$): tanto questo rapporto si avvicina a 1 tanto più è difficile confrontare due quantità numeriche. La somiglianza di prestazione tra uomo e animale suggerisce chiaramente una continuità filogenetica nella rappresentazione della quantità numerica. L'effetto del rapporto numerico è stato osservato anche negli studi su bambini, già nel corso del primo anno di vita. Perfino i neonati sono in grado di discriminare quantità numeriche, purché il rapporto numerico sia sufficientemente elevato (Izard et al., 2009). Attraverso diversi studi è stato dimostrato che i neonati discriminano un rapporto numerico di $1/3$ (discriminano 6 oggetti da 18) ma non un rapporto di $1/2$ (quindi 6 da 12 è indistinguibile per un neonato). A sei mesi invece il rapporto $1/2$ (6 verso 12 o 8 verso 16) diventa percettibile e a 9 mesi la discriminazione è possibile anche con un rapporto di $2/3$ (per esempio 8 verso 12). C'è quindi un meccanismo di base per la percezione e la rappresentazione della numerosità che è già attivo alla nascita poi matura molto rapidamente nel corso del primo anno di vita. Questa maturazione continua attraverso tutta l'infanzia fino alla prima adolescenza (Halberda et al., 2008; Piazza et al., 2010).

Gli studi su neonati o bambini molto piccoli si basano su procedure particolari (ad esempio il paradigma di abituação) che misurano in modo indiretto la discriminazione di quantità numeriche. A partire dai 4 anni, i bambini sono in grado di eseguire il confronto di numerosità in modo esplicito premendo un tasto per indicare quale dei due insiemi è il più numeroso. Vengono presentati sullo schermo del computer due insiemi di pallini il cui aspetto visivo cambia a ogni prova (la disposizione spaziale dei pallini è casuale e la dimensione dei puntini è variabile in modo che non ci siano indizi percettivi riguardo alla numerosità degli stimoli) in modo che l'esecuzione di questo compito si

possa basare solo su una rappresentazione astratta del numero. Se teniamo una delle due numerosità fissa e manipoliamo sistematicamente l'altra per testare tutte le possibili numerosità intorno a quella di riferimento (ad esempio, se la numerosità di riferimento è 16, l'altra sarà variabile tra 10 e 22) possiamo determinare come cambia l'accuratezza di risposta in funzione del rapporto numerico. La funzione psicometrica di risposta ci permette di determinare quando la prestazione di un certo individuo diventa casuale, ovvero quando non riesce più a discriminare le due numerosità (per esempio 15 e 16 non sono discriminabili da soggetti adulti, mentre i bambini non discriminano nemmeno 13 da 16). Un'analisi più raffinata di questi dati permette di stimare un indice di discriminabilità tra due numeri che, come per altre misure psicofisiche, è chiamato «frazione di Weber». Questo indice (w) rappresenta in modo sintetico l'*acuità numerica* di un individuo (Halberda et al., 2008; Piazza et al., 2010). Valori più piccoli di w indicano migliore discriminazione.

Se misuriamo l'acuità numerica in soggetti di età diversa, scopriamo che il valore di w diminuisce sensibilmente tra la scuola per l'infanzia e la scuola primaria, e diminuisce ancora nei giovani adulti; c'è dunque un progressivo miglioramento dell'acuità numerica. L'acuità numerica segue quindi una ben definita traiettoria nello sviluppo tipico che ci serve da riferimento per i bambini discalculici. Il risultato cruciale è che i bambini discalculici hanno un grave deficit di acuità numerica (si veda il grafico nella figura 4.1). I discalculici di 10 anni hanno un'acuità numerica identica a quella di bambini di 5 anni, quindi un ritardo quantificabile in 5 anni rispetto allo sviluppo tipico (Piazza et al., 2010). Il nostro studio ha quindi dimostrato, per la prima volta, che l'acuità numerica, e dunque il senso dei numeri, può essere gravemente deficitario nella discalculia. Ovviamente non possiamo fermarci a questa osservazione perché è necessario capire se l'indice di acuità numerica sia effettivamente correlato alle abilità numeriche più complesse. Nel nostro studio l'acuità numerica correlava con la prestazione in varie prove della batteria per la valutazione della discalculia, nonostante il fatto che tutte queste prove si basassero sull'utilizzo di numeri arabi o parole-numero mentre il test di acuità numerica è non simbolico e non verbale. Un altro passaggio fondamentale è dimostrare che questo indice correla più in generale con il successo in matematica. Un importante studio condotto negli Stati Uniti su bambini con sviluppo tipico (Halberda et al., 2008) ha trovato una buona correlazione tra acuità numerica e punteggi in test standardizzati di competenza matematica.

Un altro modo per studiare le componenti di base dell'elaborazione numerica utilizzando però il sistema simbolico di rappresentazione dei numeri è il confronto di numeri arabi. Viene presentata una coppia di numeri (ad esempio 4 e 6) e il bambino deve indicare il numero più grande (nel nostro esempio il 6); in

alternativa viene presentato un singolo numero che va confrontato con un numero di riferimento fisso (ad esempio il 5). In questo compito si osserva un effetto della distanza numerica che assomiglia molto a quello precedentemente illustrato in relazione al rapporto numerico. In questo caso non osserviamo grandi differenze di accuratezza nei bambini con sviluppo tipico, ma una forte modulazione della velocità di risposta; perfino gli adulti sono più rapidi nel giudicare che 6 è più grande di 4 piuttosto che giudicare che 6 è più grande di 5 e sono ancora più rapidi a dire che 6 è più grande di 2. In generale, più due numeri sono vicini più il compito risulta difficoltoso, un fenomeno noto come «effetto distanza» (per un'ulteriore discussione, si veda Zorzi, 2004). L'effetto distanza diventa meno forte con l'età nei bambini della scuola primaria: la relazione tra tempi di risposta e distanza numerica può essere descritta da una funzione lineare la cui pendenza diminuisce all'aumentare dell'età (Lucangeli et al., 2006). Questo indica un miglioramento della precisione della rappresentazione numerica. Come per l'acuità numerica, anche l'effetto distanza correla con le abilità matematiche. I soggetti discalculici di 10 anni hanno un'accuratezza più bassa e tempi di risposta maggiori rispetto ai soggetti di pari età senza discalculia, mentre sono indistinguibili da bambini di circa 2 anni e mezzo più giovani. Come per l'acuità numerica, si osserva quindi un forte ritardo rispetto a quello che è lo sviluppo tipico. Inoltre l'effetto distanza è più forte rispetto al gruppo di controllo e correla con varie prove della batteria che abbiamo utilizzato per diagnosi di discalculia, in particolare con quelle che misurano la semantica del numero, la rappresentazione della quantità numerica e il calcolo mentale complesso.

Dato che le difficoltà dei discalculici nel confronto di quantità numerica si manifestano sia con insiemi di oggetti che con i numeri arabi, una strategia essenziale per la riabilitazione è quella di potenziare queste abilità e di cementare i legami tra i diversi formati di rappresentazione numerica (utilizzando ad esempio il videogioco gratuito «La gara dei numeri», creato appositamente per il potenziamento delle abilità numeriche; Berteletti et al., 2012).

L'educazione matematica modifica la rappresentazione dei numeri

L'educazione matematica può cambiare la rappresentazione dei numeri? Questo è un importante quesito. Dobbiamo considerare i fattori educativi, il modo in cui insegniamo i numeri e il fatto che il passare da rappresentazioni non simboliche a rappresentazioni simboliche comporta una ristrutturazione concettuale del modo in cui pensiamo ai numeri. Nei compiti in cui stimiamo la numerosità di insiemi di oggetti la quantità numerica è approssimata e in-

tuitiva, ma quando iniziamo a utilizzare un sistema simbolico deve diventare quantità esatta e formalmente corretta; questo è il tipo di rappresentazione che serve anche per l'aritmetica. Una serie di studi ha indagato come la rappresentazione mentale dei numeri nei bambini cambia nel corso dei primissimi anni di scuola. I bambini, anche nel periodo prescolare, sanno mettere in corrispondenza la propria linea numerica (una linea immaginaria su cui i numeri sono rappresentati mentalmente) con una linea fisica e il modo in cui lo fanno è diagnostico della qualità della rappresentazione numerica. Il compito utilizzato prevede di presentare una linea su un foglio con il numero 0 all'estremità sinistra della linea e un numero più grande (20, 100 o 1.000) che definisce l'intervallo numerico all'estremità destra. Viene chiesto al bambino di posizionare alcuni numeri facendo un segno a matita su dove pensa che il valore possa cadere. I bambini più piccoli posizionano i numeri su questa linea non in modo lineare ma logaritmico, dedicando maggiore spazio sulla linea ai numeri piccoli dell'intervallo e minore spazio a quelli più grandi (si osserva quindi una compressione dei numeri verso il lato destro della linea). Questa rappresentazione logaritmica e intuitiva si modifica radicalmente nel corso del primo anno di scuola e si stabilizza entro la terza classe della scuola primaria, in cui tutti i bambini posizionano i numeri in modo lineare (Siegler e Opfer, 2003; Berteletti et al., 2010). Si noti che la linearità nella stima ha una buona correlazione con varie abilità numeriche e matematiche più complesse. In questo compito i bambini discalculici tendono a essere ancora logaritmici quando i loro coetanei hanno già adottato la strategia lineare e se anche usano quella lineare fanno molti più errori di posizionamento (Geary et al., 2008).

Il cervello discalculico

Come abbiamo visto sopra, un deficit importante di acuità numerica come quello mostrato da alcuni soggetti discalculici implica che vi sia un deficit nel modo in cui viene percepita la numerosità. Questo suggerisce una disfunzione ai meccanismi neurali specializzati nell'elaborazione numerica. I correlati neurali di queste abilità numeriche di base sono principalmente a carico della corteccia parietale di entrambi gli emisferi cerebrali, e più precisamente a livello del solco intraparietale (Zorzi, 2004; Nieder e Dehaene, 2009). Le tecniche di neuroimmagine funzionale permettono di misurare i cambiamenti emodinamici a livello della corteccia cerebrale durante l'esecuzione di un particolare compito. Una porzione del solco intraparietale risponde a stimoli numerici non simbolici (numerosità di un insieme di oggetti) e si attiva sistematicamente anche

quando presentiamo il numero in formato arabo o in forma di parola-numero. Gli studi di neuroimmagine funzionale mostrano quindi che questa regione rappresenta il numero in modo astratto, sopra-modale, indipendentemente dal formato di presentazione: la stessa area si attiva presentando due pallini, «2» o «due». Tuttavia una distinzione apparentemente più fine ma concettualmente importante come quella tra grandezza numerica (cardinalità) e ordine numerico (ordinalità) è rappresentata a livello corticale (Zorzi et al., 2011).

Cosa sappiamo riguardo al cervello dei discalculici? Gli studi di neuroimmagine convergono nel mostrare delle alterazioni sia funzionali che strutturali a livello del solco intraparietale. Colpisce in modo particolare il fatto che la diminuzione di sostanza grigia (densità dei neuroni) a livello del solco intraparietale è l'unica alterazione strutturale trovata nei diversi studi (Butterworth et al., 2011).

Uno sviluppo promettente per lo studio delle basi neurali della discalculia riguarda l'utilizzo di un sistema di neuroimmagine funzionale basato sulla spettroscopia a infrarosso (fNIRS), un metodo non invasivo particolarmente adatto allo studio di bambini (viene addirittura usato sui neonati). Con questo sistema siamo in grado di misurare l'effetto distanza anche a livello di attivazione del solco intraparietale (Cutini et al., 2013). Lo studio sistematico dei correlati neurali del senso dei numeri nei bambini discalculici dovrebbe portare a individuare marker neurofunzionali utili a una diagnosi precoce.

Conclusioni

Riassumendo, le abilità numeriche più complesse e l'apprendimento matematico sono legate al senso dei numeri. L'acuità numerica, un indice psicofisico del senso dei numeri, è fortemente ridotta nei soggetti discalculici. Questo sembra interferire con l'apprendimento matematico e l'apprendimento di competenze numeriche formali. L'educazione matematica modifica la rappresentazione mentale dei numeri e la rappresentazione della linea dei numeri passa da logaritmica a lineare. Gli studi di neuroimmagine funzionale mostrano che il solco intraparietale bilaterale è l'area cerebrale che sottende il senso dei numeri. Gli studi su soggetti discalculici mostrano alterazioni strutturali e funzionali in questa regione corticale. In prospettiva, la ricerca basata sui metodi delle neuroscienze cognitive dovrebbe portare a individuare affidabili marker comportamentali e neurofunzionali per una diagnosi precoce di discalculia basata su compiti non simbolici e non verbali, quindi a prescindere dall'apprendimento di competenze numeriche o matematiche formali.

Bibliografia

- Agrillo C., Piffer L., Bisazza A. e Butterworth B. (2012), *Evidence for two numerical systems that are similar in humans and guppies*, «PLOS ONE», vol. 7, n. 2, pp. e31923, doi:10.1371/journal.pone.0031923.
- Berteletti I., De Filippo De Grazia M. e Zorzi M. (2012), *La gara dei numeri: Un videogioco educativo per il potenziamento delle abilità numeriche e il trattamento della discalculia*, «Difficoltà in Matematica», vol. 9, pp. 43-54.
- Berteletti I., Lucangeli D., Piazza M., Dehaene S. e Zorzi M. (2010), *Numerical estimation in preschoolers*, «Developmental Psychology», vol. 46, pp. 545-551, trad. it. in «Difficoltà in Matematica», vol. 7, pp. 9-24.
- Butterworth B., Varma S. e Laurillard D. (2011), *Dyscalculia: From brain to education*, «Science», vol. 332, pp. 1049-1053.
- Cantlon J.F. e Brannon E.M. (2006), *Shared system for ordering small and large numbers in monkeys and humans*, «Psychological science», vol. 17, pp. 401-406.
- Cutini S., Scarpa F., Scatturin P., Dell'Acqua R. e Zorzi M. (2013), *Number-space interactions in the human parietal cortex: Enlightening the SNARC effect with functional near-infrared spectroscopy*, «Cerebral Cortex», first published online October 18, 2012, doi:10.1093/cercor/bhs321.
- Geary D.C., Hoard M.K., Nugent L. e Byrd-Craven J. (2008), *Development of number line representations in children with mathematical learning disability*, «Developmental Neuropsychology», vol. 33, pp. 277-299.
- Halberda J., Mazocco M.M.M. e Feigenson L. (2008), *Individual differences in non-verbal number acuity correlate with maths achievement*, «Nature», vol. 455, pp. 665-668.
- Izard V., Sann C., Spelke E.S. e Streri A. (2009), *Newborn infants perceive abstract numbers*, «PNAS», vol. 106, pp. 10382-10385.
- Lucangeli D., Zorzi M. e Cabrele S. (2006), *Lo sviluppo della rappresentazione numerica*, «Età Evolutiva», vol. 83, pp. 63-70.
- Nieder A. e Dehaene S. (2009), *Representation of number in the brain*, «Annual Review of Neuroscience», vol. 32, pp. 185-208.
- Piazza M., Facoetti A., Trussardi A., Berteletti I., Lucangeli D., Conte S., Dehaene S. e Zorzi M. (2010), *Developmental trajectory of number acuity reveals a severe impairment in developmental dyscalculia*, «Cognition», vol. 116, pp. 33-41.
- Siegler R.S. e Opfer J.E. (2003), *The development of numerical estimation: Evidence for multiple representations of numerical quantity*, «Psychological Science», vol. 14, pp. 237-243.
- Stoianov I. e Zorzi M. (2012), *Emergence of a «visual number sense» in hierarchical generative models*, «Nature Neuroscience», vol. 15, n. 2, pp. 194-196.
- Zorzi M. (2004), *La rappresentazione mentale dei numeri: Neuropsicologia dell'«intelligenza numerica»*, «Difficoltà in Matematica», vol. 1, pp. 57-70.
- Zorzi M., Di Bono M.G. e Fias W. (2011), *Distinct representations of numerical and non-numerical order in the human intraparietal sulcus revealed by multivariate pattern recognition*, «Neuroimage», vol. 56, pp. 674-680.