

DAI NEURONI AL COMPORTAMENTO:  
LA SIMULAZIONE DEI PROCESSI COGNITIVI  
CON MODELLI GENERATIVI

1. INTRODUZIONE

Un'importante linea di ricerca nello studio della cognizione umana riguarda la natura delle computazioni sottostanti ai processi cognitivi. L'approccio connessionista si è progressivamente affermato nel corso degli ultimi due decenni perché si è dimostrato il più adatto ad affrontare il problema in una prospettiva che unifica lo studio di mente e cervello. I modelli connessionisti rappresentano un notevole progresso rispetto ai tradizionali modelli verbali-diagrammatici per la loro capacità di simulare il comportamento umano sia in termini qualitativi che quantitativi, spiegando un'ampia gamma di dati empirici che vanno dalla prestazione dei soggetti adulti, allo sviluppo delle abilità cognitive nei bambini, ai deficit osservati in pazienti con lesioni cerebrali (si vedano, ad esempio, i modelli connessionisti della lettura; Zorzi 2005, per una rassegna). Tuttavia, i modelli connessionisti «classici» si rivelano spesso implausibili sia per quanto riguarda l'architettura neurale che per le procedure di apprendimento utilizzate. La maggior parte dei modelli connessionisti dei processi cognitivi sono basati su reti neurali addestrate attraverso varianti della *back-propagation* (Rumelhart, Hinton e Williams 1986), un algoritmo di apprendimento supervisionato molto potente ma biologicamente implausibile. Molti ricercatori hanno scelto di ignorare questo problema, considerandolo un compromesso accettabile per ottenere un apprendimento efficiente di compiti cognitivi complessi. Un ulteriore punto debole è che l'algoritmo richiede sempre la presenza di un insegnante esterno, ovvero di un vettore di output desiderato per il calcolo del segnale di errore, che è utilizzato per aggiustare gradualmente i pesi fino a quando le prestazioni della rete raggiungono un livello considerato adeguato in base a qualche criterio esterno.

La vita artificiale (Langton 1995) rappresenta un tentativo di superare le limitazioni dell'approccio connessionista classico che, oltre ad utilizzare algoritmi biologicamente implausibili, trascura vari aspetti della vita biologica e i fattori di tipo genetico e sociale. Nelle simulazioni di vita artificiale l'intelligenza e il comportamento emergono e si sviluppano,

nel corso dell'evoluzione e della vita degli organismi, come risultato delle interazioni dinamiche tra le reti neurali e l'ambiente, mediate dal corpo, dai sensori e dagli attuatori degli organismi stessi. I metodi della vita artificiale hanno avuto molto successo nella robotica, ma hanno trovato scarsa applicazione alla simulazione dei processi cognitivi umani. Molte ricerche hanno indagato l'emergere di comportamenti intelligenti, come ad esempio la capacità di navigazione nell'ambiente, in organismi simulati che possiedono un sistema nervoso (ovvero una rete neurale) estremamente rudimentale. Se i risultati di questi studi possono essere interessanti nella prospettiva della psicologia animale o evolucionista, non si può dire altrettanto per quanto riguarda lo studio della cognizione umana. Più in generale, i «cervelli» degli organismi nelle simulazioni di vita artificiale sono criticabili per la scarsa *plausibilità neurale* e per il possesso di caratteristiche molto simili a quelle dei modelli connessionisti classici in voga negli anni '90 del secolo scorso. Nonostante l'indubbio arricchimento determinato dall'interazione con l'ambiente, le reti neurali utilizzate per controllare gli organismi sono quasi sempre di tipo *feed-forward*, riproponendo quindi una visione sostanzialmente associazionista (stimolo-risposta) dell'apprendimento. Inoltre, molte simulazioni di vita artificiale utilizzano un algoritmo genetico per far evolvere direttamente un comportamento desiderato, piuttosto che per definire l'architettura nelle reti neurali. La *plausibilità psicologica* di questo approccio è sostenibile solo in quei casi in cui il comportamento studiato è geneticamente determinato. Se si tratta invece di comportamenti appresi da un organismo nel corso della sua vita, siamo in presenza di una sostanziale confusione tra filogenesi ed ontogenesi.

Nella parte restante di questo articolo cercherò di delineare una terza via, che è fondata sull'utilizzo di modelli neurali caratterizzati da una maggiore aderenza ai principi della computazione corticale e che apprendono a «rappresentare il mondo» non attraverso catene di associazioni stimolo-risposta ma *osservandolo* e costruendone dei *modelli interni*. Questi modelli, chiamati modelli generativi, oltre a rappresentare lo stato dell'arte delle ricerche di *machine learning*, rappresentano modelli plausibili dell'apprendimento corticale e danno forti indicazioni sul ruolo delle *connessioni a feedback* (o *top-down*) e delle *connessioni laterali* nella corteccia. Passando in rassegna alcune ricerche condotte nel mio laboratorio (Computational Cognitive Neuroscience Lab, <http://ccnl.psy.unipd.it>) dimostrerò come è possibile, all'interno di questa cornice teorica, sviluppare modelli neurali dei processi cognitivi che trovano riscontro nella buona corrispondenza tra i dati simulati ed i dati empirici a diversi livelli di descrizione, da quello comportamentale a quello neurale.

## 2. DA HELMHOLTZ AI MODELLI GENERATIVI

La formulazione dei modelli generativi proviene da un approccio di tipo statistico, che fonda le sue radici nel *teorema di Bayes*. Un modello generativo avanza infatti delle ipotesi sui dati sensoriali (l'input), per poter modificare i parametri che lo caratterizzano. Ad esempio, una certa immagine può essere generata da una varietà di scene visive perché oggetti tridimensionali diversi possono produrre la stessa immagine sulla retina. L'approccio bayesiano alla percezione di oggetti (Kersten e Yuille 2003, per una rassegna) si basa su descrizioni probabilistiche delle caratteristiche dell'immagine in funzione delle loro cause nel mondo, come ad esempio la forma, il materiale e l'illuminazione degli oggetti. Si noti che questo approccio ha le sue origini nella teoria di Helmholtz, che già nel XIX secolo considerava la percezione come un problema di *inferenza inconscia sugli stati del mondo*. Un modello è considerato generativo proprio perché definisce una teoria di come, dati gli stati del mondo, passando attraverso la percezione, si inferiscono rappresentazioni interne, che a loro volta influiscono sui dati sensoriali generando in questo modo il percepito. La definizione del problema in questi termini ci permette di spostarlo nel campo della statistica, dove è possibile formulare l'ipotesi migliore in senso bayesiano.

Il collegamento esplicito tra modelli generativi e connessionismo deriva dallo sviluppo di reti neurali che apprendono senza supervisione (Hinton e Sejnowski 1999). Un modello neurale generativo è un modello probabilistico di come i dati sensoriali siano causati da sottostanti proprietà fisiche del mondo, e rappresenta un'utile *funzione oggettiva* per l'apprendimento non supervisionato. L'apprendimento di un modello generativo equivale pertanto allo scoprire modi efficienti di codificare l'informazione sensoriale. Tuttavia, i classici algoritmi di apprendimento non supervisionato hanno importanti limitazioni che hanno scoraggiato l'applicazione alla simulazione delle funzioni cognitive. Alcuni algoritmi sviluppano rappresentazioni distribuite ma lineari (ad es. le componenti principali nei dati che vengono scoperte da regole hebbiane), che implicano l'invisibilità alla rete delle informazioni di ordine superiore. Altri algoritmi sviluppano rappresentazioni non-lineari ma localistiche (ad es. i raggruppamenti nei dati che vengono scoperti dall'apprendimento competitivo), in cui si assume che ogni osservazione sia generata da una singola unità (o variabile) nascosta.

Gli sviluppi più importanti per l'apprendimento non supervisionato riguardano la possibilità di ottenere, utilizzando metodi variazionali (approssimazioni), dei modelli generativi probabilistici che scoprono rappresentazioni distribuite e non lineari dei dati di input (Hinton e Ghahramani 1997). Tali modelli, precedentemente considerati intrattabili dal punto di vista computazionale, sono estremamente interessanti perché rappresentano modelli plausibili dell'apprendimento corticale e

danno forti indicazioni sul ruolo delle connessioni *top-down* e laterali nella corteccia (si noti però che altre strutture cerebrali, come ad esempio l'ippocampo, sembrano utilizzare meccanismi diversi di plasticità neuronale). Durante l'apprendimento, i pesi della rete neurale vengono modificati per minimizzare la discrepanza tra i dati «osservati» (input presentato alla rete) e i dati «ricostruiti» (corrispondenti all'input ma generati dal modello interno). La possibilità di ricostruire i pattern osservati si basa sulla presenza di connessioni a feedback, che permettono ai segnali delle unità nascoste di attivare (in modo *top-down*) le unità che codificano l'informazione sensoriale (input). I metodi variazionali, che permettono ad esempio di ottenere la ricostruzione dei dati senza dover utilizzare lunghe procedure iterative, possono essere adottati anche nelle reti neurali note come «Macchine di Boltzmann» (*Boltzmann Machines*, da qui in avanti indicate con BM; Ackley, Hinton e Sejnowski 1985), che pur essendo dei modelli generativi sono state utilizzate molto raramente proprio a causa delle elevate risorse computazionali richieste dalla procedura di apprendimento classica.

### 3. MODELLI GENERATIVI DEI PROCESSI COGNITIVI

Le reti neurali BM vengono utilizzate da alcuni anni nel mio laboratorio per le simulazioni nell'ambito delle neuroscienze cognitive. Una tipica rete BM consiste di due strati di unità (fig. 1): uno strato *visibile*, dove viene codificata l'informazione in ingresso (senza alcuna distinzione specifica tra unità di input e di output), e uno strato di unità nascoste. Tutte le unità sono connesse tra loro con connessioni bidirezionali simmetriche (la simmetria, che diminuisce la plausibilità biologica, non è una caratteristica condivisa da altri tipi di modelli neurali generativi). Esistono quindi connessioni ricorrenti sia tra i due strati (connessioni *top-down*) che all'interno degli strati (connessioni laterali). È comunque possibile modificare lo schema di connettività in vari modi senza alcuna conseguenza sull'algoritmo di apprendimento, eliminando ad esempio le connessioni laterali dell'uno o dell'altro strato, o creando dei sottogruppi di unità («moduli») all'interno di uno strato dove le connessioni laterali sono possibili solo all'interno del modulo stesso.

La procedura di apprendimento nella BM consiste di due fasi, definite «fase vincolata» (o positiva) e «fase libera» (o negativa). Nella fase positiva viene presentato un pattern di attivazione sulle unità visibili e viene calcolata l'attivazione delle unità nascoste, mentre nella fase negativa tutte le unità sono libere di evolvere la loro attivazione verso un punto di equilibrio. L'algoritmo di apprendimento modifica i pesi delle connessioni con una regola di apprendimento hebbiana, minimizzando la discrepanza tra il pattern di attivazione presentato nella fase positiva e quello ricostruito nella fase negativa. L'aggiornamento di un peso che

connette due unità è proporzionale alla differenza tra le correlazioni medie calcolate nelle due fasi. Welling e Hinton (2002) hanno recentemente sviluppato un nuovo algoritmo di apprendimento per BM (nella sua versione deterministica) che è basato sul calcolo della *divergenza contrastiva* e in cui è sufficiente un singolo passo di ricostruzione nella fase negativa. Nella BM, come in ogni rete completamente ricorrente, i pattern appresi corrispondono a dei minimi energetici denominati *attrattori*. Le proprietà dinamiche della rete possono essere sfruttate dopo l'apprendimento per ottenere ad esempio il completamento di un qualsiasi pattern parziale. Se le unità visibili sono convenzionalmente suddivise tra «input» e «output» (si noti che questa suddivisione è arbitraria e non ha conseguenze sull'apprendimento), presentando un pattern di attivazione che comprende le sole unità di «input» la rete completerà il pattern generando attivazioni sulle unità di «output» che sono compatibili con il modello interno appreso. Questo processo avviene attraverso vari cicli di elaborazione in cui le attivazioni delle unità si modificano fino ad arrivare ad uno stato stabile (*convergenza* verso l'attrattore più vicino). Il numero di cicli necessario per raggiungere uno stato stabile fornisce un'utile analogia con i tempi di reazione (TR), permettendo un confronto diretto con i dati comportamentali.

Passerò ora in rassegna le nostre ricerche che hanno utilizzato la BM per sviluppare modelli computazionali in due diversi domini: *i*) cognizione numerica (rappresentazione semantica dei numeri e recupero di fatti aritmetici); *ii*) cognizione spaziale (apprendimento delle trasformazioni sensomotorie coinvolte nei movimenti oculari e di raggiungimento).

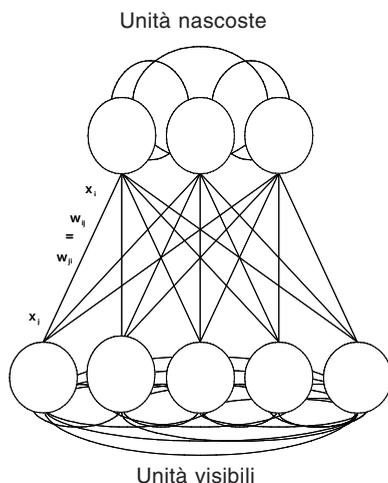


FIG. 1. Architettura di una generica rete neurale BM. Lo strato visibile rappresenta i dati sensoriali mentre le unità dello strato nascosto formano una rappresentazione interna distribuita e non-lineare.

Nel primo caso il livello di analisi e l'implementazione del modello possono essere messi in relazione soprattutto a vincoli funzionali (dati comportamentali), una situazione tipica nella ricerca computazionale sui fenomeni psicologici. Il secondo affronta il problema dell'integrazione nel modello di vincoli strutturali, derivati da dati neuroanatomici e neurofisiologici.

#### 4. MODELLI GENERATIVI DELLA COGNIZIONE NUMERICA

Le nostre ricerche computazionali si sono focalizzate su due problemi centrali nel dominio della cognizione numerica, in cui studi psicometrici e neuropsicologici non hanno prodotto conclusioni convergenti: il formato delle rappresentazioni semantiche dei numeri e la struttura della memoria per i fatti aritmetici. Studi neuropsicologici e di neuroimmagine funzionale non hanno ancora permesso di chiarire se l'aritmetica mentale sia basata su codici verbali/fonologici, connessi a regioni cerebrali coinvolte nel linguaggio, o su codici semantici specifici per dominio che coinvolgono il lobulo parietale inferiore sinistro (Dehaene, Piazza, Pinel e Cohen 2003, per una rassegna delle basi neurali della cognizione numerica). Anche la natura delle rappresentazioni semantiche è controversa, essendo state proposte diverse alternative che vanno da quella di una linea numerica mentale (Dehaene 2003; Zorzi, Priftis e Umiltà 2002) a quella di una rappresentazione cardinale della numerosità (Zorzi e Butterworth 1999).

Il nostro primo obiettivo era quello di indagare il formato delle rappresentazioni numeriche utilizzate per apprendere i fatti aritmetici e per recuperarli dalla memoria. Abbiamo quindi confrontato nelle simulazioni diversi modelli di rappresentazione dei numeri, tra cui: *a*) rappresentazioni verbali, in cui la codifica è arbitraria e non incorpora l'informazione sulla grandezza; *b*) linea numerica, codificata dalla posizione del picco di attivazione sulle unità di input; *c*) numerosità, in cui la codifica sulle unità di input è simile a quella di un «termometro». Le simulazioni, basate su reti BM, erano identiche in ogni dettaglio tranne che per il formato con cui venivano rappresentati i numeri. L'intero problema aritmetico, composto dai due operandi e dal risultato (ad es.  $4+5=9$ ), veniva codificato sulle unità visibili con uno dei tre tipi di rappresentazione. In fase di test venivano presentati solo i due operandi (lasciando «spente» le unità che codificano il risultato) e la rete veniva lasciata libera di modificare le attivazioni fino ad equilibrio. Le simulazioni sono state valutate rispetto all'effetto della grandezza del problema: nella risoluzione di problemi aritmetici semplici (con operandi ad una sola cifra) i TR e gli errori dei soggetti aumentano in funzione della grandezza del problema, indicizzato dalla somma degli operandi (Butterworth, Zorzi, Girelli e Jonckheere 2001). Le simulazioni, oltre a dimostrare il ruolo

cruciale di una rappresentazione che codifica la cardinalità del numero (il cosiddetto «codice numerosità»), possono render conto della prestazione umana sia a livello qualitativo che quantitativo. In particolare, i TR del modello spiegano una notevole proporzione di varianza (superiore al 50%) quando vengono utilizzati come predittori dei tempi di reazione umani (Zorzi, Stoianov e Umiltà 2005, per una rassegna).

Ricerche successive hanno esteso il modello aggiungendo un modulo simbolico che rappresenta un input numerico in formato Arabico e che fa quindi da interfaccia alla rappresentazione semantica. Questo modello esteso ha permesso di analizzare il ruolo dei meccanismi di transcodifica che permettono la conversione tra formato simbolico e significato numerico, e, cosa più importante, di analizzare la distribuzione della conoscenza tra le due componenti. Ciò ha permesso di testare le assunzioni di vari modelli cognitivi e di valutare l'effetto di lesioni artificiali al modello per confrontare le prestazioni con quelle di pazienti discalculici (Stoianov, Zorzi e Umiltà 2004). Infine, per indagare ulteriormente la rappresentazione semantica dei numeri, abbiamo tentato di stabilire quale tipo di «rappresentazione interna» della numerosità emerga in una rete che impara a quantificare la numerosità di un insieme di oggetti (Stoianov, Grecucci e Zorzi 2005). L'analisi dei profili di risposta delle singole unità nascoste dimostra che la rete sviluppa un livello di rappresentazione organizzato in modo cardinale.

## 5. MODELLI GENERATIVI DELLA COGNIZIONE SPAZIALE

Programmare movimenti oculari o della mano verso un bersaglio visivo richiede una trasformazione da un sistema di riferimento in coordinate retiniche ad un sistema di riferimento appropriato per l'effettore. Per realizzare questa trasformazione, l'informazione visiva deve essere combinata con segnali posturali, che specificano la posizione dell'occhio nell'orbita, la posizione del capo e la posizione della mano, nel caso dei movimenti di raggiungimento. Pertanto, le trasformazioni sensomotorie sono formalizzate in termini di trasformazioni di coordinate (Pouget e Snyder 2000, per una rassegna). I modelli computazionali hanno avuto un ruolo cruciale per chiarire il meccanismo coinvolto nelle trasformazioni sensomotorie, anche se diversi lavori hanno utilizzato l'algoritmo di apprendimento supervisionato *back-propagation*.

Le ricerche del mio gruppo su questo argomento avevano tre obiettivi. Il primo era quello di verificare se le trasformazioni sensomotorie potessero essere apprese in un sistema non supervisionato come la BM. In secondo luogo ci si chiedeva se le rappresentazioni interne generate dalle BM potessero mostrare proprietà simili a quelle dei neuroni reali registrati nel solco intraparietale della scimmia (Colby e Goldberg 1999, per una rassegna). Infine, la bidirezionalità intrinseca dell'architettura

della BM ci ha spinto ad indagare il ruolo dell'attivazione *top-down* nel determinare effetti di *priming* attentivo.

Le simulazioni erano basate quindi su BM che dovevano apprendere le trasformazioni sensomotorie richieste nella programmazione di movimenti oculari saccadici e di movimenti di raggiungimento verso bersagli visivi (Zorzi, Casarotti e Cutini 2004). Tutte le informazioni venivano codificate sulle unità visibili, che rappresentavano (su gruppi di unità diverse) i segnali visivi in coordinate retinocentriche, le informazioni posturali (posizione dell'occhio, della testa e della mano) e i programmi motori. Questi ultimi erano implementati utilizzando un codice di popolazione che rappresenta la direzione e l'ampiezza del movimento. Dopo l'apprendimento la rete si è dimostrata in grado di generare un programma motorio corretto quando venivano presentati i soli segnali visivi e posturali. Particolarmente interessanti sono i risultati dello studio dei campi recettivi sviluppati dalle unità nascoste della BM, che hanno rivelato proprietà estremamente simili a quelle osservate negli studi neurofisiologici. Le registrazioni da singoli neuroni nella scimmia hanno rivelato infatti che nelle aree associative (per esempio, l'area laterale intraparietale, LIP) interposte tra la corteccia sensoriale e quella motoria, la risposta del neurone ad uno stimolo che cade nel suo campo recettivo è modulata da segnali che trasmettono informazioni posturali, come la posizione dell'occhio e del capo. Le unità nascoste del modello esibiscono questa proprietà, dimostrando una codifica dello spazio del tutto analoga a quella dei neuroni dell'area LIP. Inoltre, il confronto tra reti BM e reti *back-propagation* che apprendono le stesse trasformazioni sensomotorie mostra che le reti BM sviluppano campi recettivi di forma più regolare e maggiormente sensibili alla modulazione da parte di segnali posturali.

Un'architettura ricorrente con connessioni a feedback produce sistematici effetti *top-down*. Nel caso di compiti sensorimotori, un programma motorio dovrebbe produrre un pattern d'attivazione nelle unità sensoriali della rete. Ciò si traduce in fenomeni di *priming* attentivo a partire dalla programmazione del movimento, con una precisa relazione topografica tra le regioni dello spazio che rappresentano i bersagli della programmazione motoria e le corrispondenti aree retiniche, in linea con le predizioni della teoria premotoria dell'attenzione (Casarotti, Zorzi e Umiltà 2005).

## 6. PROSPETTIVE FUTURE

Le ricerche descritte in questo articolo dimostrano che i modelli generativi possono essere utilizzati con successo nella simulazione dei processi cognitivi e permettono l'integrazione di vincoli funzionali (livello comportamentale) e strutturali (livello neurale). Per questo motivo

le proprietà emergenti del modello trovano una buona corrispondenza con i dati empirici ai diversi livelli di descrizione, dalla psicologia alle neuroscienze. Ulteriori progressi saranno possibili attraverso due linee di sviluppo. La prima, rivolta ad aumentare la complessità e la plausibilità neurale dei modelli generativi, dovrà basarsi su sistemi organizzati in modo gerarchico. L'esempio più semplice di un sistema gerarchico è quello in cui le rappresentazioni interne di una prima rete servono da input per una seconda rete che svilupperà un modello interno di livello superiore (si considerino, ad esempio, i diversi livelli di elaborazione visiva). La seconda linea di sviluppo dovrà rivolgersi invece ad aumentare la plausibilità delle simulazioni adottando i metodi della vita artificiale che permettono di considerare il ruolo dei fattori genetici e sociali. Una prospettiva non remota è quella di sviluppare dei modelli generativi *embodied*, simulazioni di vita artificiale in cui il «cervello» degli organismi sia proprio un modello generativo.

#### RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

- ACKLEY D., HINTON G. e SEJNOWSKI T. (1985), *A Learning algorithm for Boltzmann Machines*, in «Cognitive Science», 9, pp. 147-169.
- BUTTERWORTH B., ZORZI M., GIRELLI L. e JONCKHEERE A.R. (2001), *Storage and retrieval of addition facts: The role of number comparison*, in «Quarterly Journal of Experimental Psychology», 54A, pp. 1005-1029.
- CASAROTTI M., ZORZI M. e UMILTÀ C. (2005), *A recurrent model for spatial attention*, in B.G. Bara, L. Barsalou e M. Bucciarelli (a cura di), *Proceedings of the Twenty-seventh Annual Meeting of the Cognitive Science Society*, Mahwah, N.J., Erlbaum.
- COLBY C.L. e GOLDBERG M.E. (1999), *Space and attention in parietal cortex*, in «Annual Review of Neuroscience», 22, pp. 319-349.
- DEHAENE S. (2003), *The neural basis of the Weber-Fechner law: a logarithmic mental number line*, in «Trends in Cognitive Sciences», 7, pp. 145-147.
- DEHAENE S., PIAZZA M., PINEL P. e COHEN L. (2003), *Three parietal circuits for number processing*, in «Cognitive Neuropsychology», 20, pp. 487-506.
- HINTON G.E. e GHARAHAMI Z. (1997), *Generative models for discovering sparse distributed representations*, in «Philosophical Transactions of the Royal Society of London Series B: Biological Sciences», 352, pp. 1177-1190.
- HINTON G.E. e SEJNOWSKI T. (1999), *Unsupervised learning: Foundations of neural computation*, Cambridge, Mass., MIT Press.
- KERSTEN D. e YUILLE A. (2003), *Bayesian models of object perception*, in «Current Opinion in Neurobiology», 13, pp. 1-9.
- LANGTON C. (1995), *Artificial life: An overview*, Cambridge, Mass., MIT Press.
- POUGET A. e SNYDER L.H. (2000), *Computational approaches to sensorimotor transformations*, in «Nature Neuroscience», 3 (suppl.), pp. 1192-1198.
- RUMELHART D.E., HINTON G.E. e WILLIAMS R.J. (1986), *Learning internal representations by error propagation*, in D.E. Rumelhart e J.L. McClelland (a cura

- di), *Parallel Distributed Processing: Explorations in the microstructure of cognition*, vol. I, Cambridge, Mass., MIT Press, pp. 318-362, trad. it. *PDP. Microstruttura dei processi cognitivi*, Bologna, Il Mulino, 1991.
- STOIANOV I., GRECCUCCI A. e ZORZI M. (2005), *Un modello computazionale della rappresentazione delle quantità numeriche*, in «Giornale Italiano di Psicologia», 32, pp. 199-205.
- STOIANOV I., ZORZI M. e UMILTÀ C. (2004), *The role of semantic and symbolic representations in arithmetic processing: Insights from simulated dyscalculia in a connectionist model*, in «Cortex», 40, pp. 194-196.
- WELLING M. e HINTON G. (2002), *A new learning algorithm for mean field Boltzmann Machines*, in «Lecture Notes in Computer Science», 2415, pp. 351-357.
- ZORZI M. (2005), *Computational models of reading*, in G. Houghton (a cura di), *Connectionist models in cognitive psychology*, London, Psychology Press, pp. 403-444.
- ZORZI M. e BUTTERWORTH B. (1999), *A computational model of number comparison*, in M. Hahn e S.C. Stoness (a cura di), *Proceedings of the Twenty First Annual Conference of the Cognitive Science Society*, Mahwah, N.J., Erlbaum, pp. 778-783.
- ZORZI M., CASAROTTI M. e CUTINI S. (2004), *La programmazione del movimento nella corteccia parietale posteriore: un approccio computazionale*, Atti del Congresso Nazionale dell'Associazione Italiana di Psicologia - Sezione di Psicologia Sperimentale, Sciacca.
- ZORZI M., PRIFTIS K. e UMILTÀ C. (2002), *Neglect disrupts the mental number line*, in «Nature», 417, pp. 138-139.
- ZORZI M., STOIANOV I. e UMILTÀ C. (2005), *Computational modeling of numerical cognition*, in J. Campbell (a cura di), *Handbook of mathematical cognition*, New York, Psychology Press, pp. 67-83.

Ricerche finanziate da Università di Padova (Progetto di Ateneo 2003), MIUR (PRIN 2004) e Commissione Europea (MRTN-CT-2003-504927 NUMBRA).

Marco Zorzi, Dipartimento di Psicologia Generale, Università di Padova, Via Venezia 8, 35131 Padova. E-mail: marco.zorzi@unipd.it.